

प्रश्नावली 7.1

1. निम्नलिखित बिंदुओं के युग्मों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए:

(i) (2, 3), (4, 1)

हल: - दिए गए बिंदु A(2, 3) और B(4, 1) हैं

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{A(2, 3)} & \text{B(4, 1)} \\
 \therefore \text{दूरी AB} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2} \\
 &= \sqrt{4 + 4} \\
 &= \sqrt{8} \\
 &= 2\sqrt{2} \text{ Ans.}
 \end{array}$$

(ii) (-5, 7), (-1, 3)

हल: - दिए गए बिंदु P(-5, 7) और Q(-1, 3) हैं

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{P(-5, 7)} & \text{Q(-1, 3)} \\
 \therefore \text{दूरी PQ} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{[-1 - (-5)]^2 + (3 - 7)^2} \\
 &= \sqrt{16 + 16} \\
 &= \sqrt{32} \\
 &= 4\sqrt{2} \text{ Ans.}
 \end{array}$$

(iii) (a, b), (-a, -b)

हल: - दिए गए बिंदु C(a, b) और D(-a, -b) हैं

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{C(a, b)} & \text{D(-a, -b)} \\
 \therefore \text{दूरी CD} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{[-a - (a)]^2 + [-b - (b)]^2} \\
 &= \sqrt{4a^2 + 4b^2} \\
 &= 2\sqrt{a^2 + b^2} \text{ Ans.}
 \end{array}$$

2. बिंदुओं A(0, 0) और B(36, 15) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। क्या अब आप भाग 7.2 में चर्चित दो नगरों A और B के बीच की दूरी ज्ञात कर सकते हैं।

हल: - दिए गए बिंदु A (0, 0) और B(36, 15) हैं।

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{A(0, 0)} & \text{B(36, 15)}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{दूरी } AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{(36 - 0)^2 + (15 - 0)^2} \\
 &= \sqrt{1296 + 225} \\
 &= \sqrt{1521} \\
 &= 39
 \end{aligned}$$

3. निर्धारित करें कि क्या बिंदु (1, 5), (2, 3) और (-2, -11) सरैखी हैं।

हल: - दिए गए बिंदु हैं A(1, 5), B(2, 3) और C(-2, -11)।

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{दूरी } AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 5)^2} \\
 &= \sqrt{1 + 4} \\
 &= \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-11 - 3)^2} \\
 &= \sqrt{16 + 196} \\
 &= \sqrt{212}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{और } CA &= \sqrt{[1 - (-2)]^2 + [5 - (-11)]^2} \\
 &= \sqrt{9 + 256} \\
 &= \sqrt{265}
 \end{aligned}$$

यहाँ, $AB + BC \neq AC$

$\therefore$ बिंदु A(1, 5), B(2, 3) और C(-2, -11) सरैखी नहीं हैं।

4. जाँच कीजिए कि क्या (5, -2), (6, 4) और (7, -2) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।

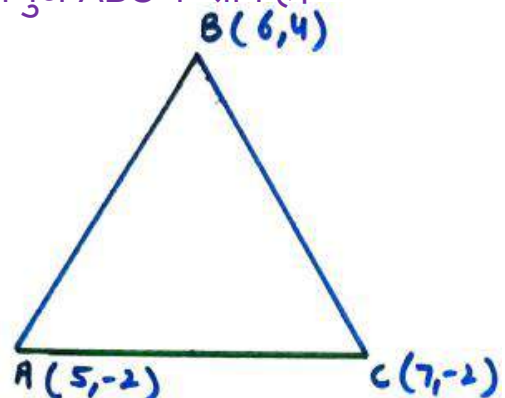
हल: - यहाँ बिंदु A(5, -2), B(6, 4) और C(7, -2) त्रिभुज ABC के शीर्ष हैं।

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{दूरी } AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{(6 - 5)^2 + [4 - (-2)]^2} \\
 &= \sqrt{1 + 36} \\
 &= \sqrt{37}
 \end{aligned}$$

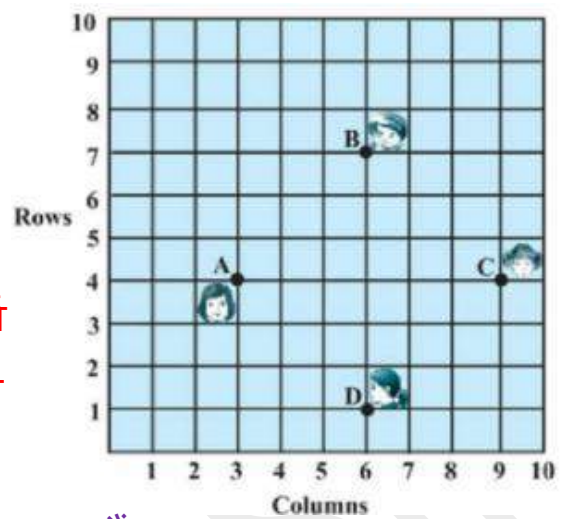
$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(7 - 6)^2 + (-2 - 4)^2} \\
 &= \sqrt{1 + 36} \\
 &= \sqrt{37}
 \end{aligned}$$

यहाँ, $AB = BC$

$\therefore$ बिंदु (5, -2), (6, 4) और (7, -2) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।



5: एक कक्षा में, 4 मित्र बिंदुओं A, B, C और D पर बैठे हैं जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। चंपा और चमेली कक्षा में आती हैं और कुछ मिनट देखने के बाद चंपा चमेली से पूछती है, "क्या आपको नहीं लगता कि AB सीडी एक वर्ग है?" चमेली असहमत है। दूरी सूत्र का प्रयोग करते हुए ज्ञात कीजिए कि इनमें से कौन-सा सही है।



हल: - यहाँ बिंदु $A(3, 4)$, $B(6, 7)$, $C(9, 4)$ और $D(6, 1)$ हैं।

$$\begin{aligned}\therefore \text{दूरी } AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(6 - 3)^2 + (7 - 4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 9} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BC &= \sqrt{(9 - 6)^2 + (4 - 7)^2} \\ &= \sqrt{9 + 9} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}CD &= \sqrt{(6 - 9)^2 + (1 - 4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 9} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}DA &= \sqrt{(6 - 3)^2 + (1 - 4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 9} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{(9 - 3)^2 + (4 - 4)^2} \\ &= \sqrt{36 + 0} \\ &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BD &= \sqrt{(6 - 6)^2 + (1 - 7)^2} \\ &= \sqrt{0 + 36} \\ &= 6\end{aligned}$$

यहाँ, $AB = BC = CD = DA$ और $AC = BD$
इसलिए, $ABCD$ एक वर्ग है। तो, चंपा सही है।

6. निम्नलिखित बिंदुओं के आधार पर यदि कोई चतुर्भुज बनता है, तो उसका नाम लिखिए और अपने हल का कारण दीजिए।

(i) $(-1, -2), (1, 0), (-1, 2), (-3, 0)$

(ii) $(-3, 5), (3, 1), (0, 3), (-1, -4)$

(iii) $(4, 5), (7, 6), (4, 3), (1, 2)$

हल: - (i) यहाँ दिए गए बिंदु $A(-1, -2), B(1, 0), C(-1, 2)$ और $D(-3, 0)$ हैं।

$$\begin{aligned}\therefore \text{दूरी } AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{[1 - (-1)]^2 + [0 - (-2)]^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} \\ &= \sqrt{8} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BC &= \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 - 0)^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} \\ &= \sqrt{8} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}CD &= \sqrt{[-3 - (-1)]^2 + (0 - 2)^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} \\ &= \sqrt{8} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

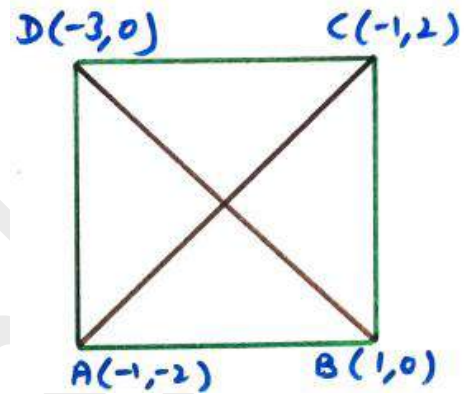
$$\begin{aligned}DA &= \sqrt{[-1 - (-3)]^2 + (-2 - 0)^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} \\ &= \sqrt{8} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{[-1 - (-1)]^2 + [2 - (-2)]^2} \\ &= \sqrt{0 + 16} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BD &= \sqrt{(-3 - 1)^2 + (0 - 0)^2} \\ &= \sqrt{16 + 0} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4\end{aligned}$$

यहाँ, $AB = BC = CD = DA$ और $AC = BD$

$\therefore$ ABCD एक वर्ग है।



(ii) यहाँ दिए गए बिंदु $A(-3, 5), B(3, 1), C(0, 3)$ और $D(-1, -4)$ हैं।

$$AB = \sqrt{[3 - (-3)]^2 + (1 - 5)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{(0 - 3)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$CD = \sqrt{(1 - 0)^2 + (-4 - 3)^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$DA = \sqrt{[-3 - (-1)]^2 + [5 - (-4)]^2} = \sqrt{4 + 81} = \sqrt{85}$$

$$AC = \sqrt{[0 - (-3)]^2 + (3 - 5)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$BD = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (-4 - 1)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$$

यहाँ, $AC + BC = AB$,

इसका मतलब है कि बिंदु A, B, C संरेख हैं।

∴ चतुर्भुज ABCD संभव नहीं है।

(iii) यहाँ दिए गए बिंदु $A(4,5)$, $B(7,6)$, $C(4,3)$ और $D(1,2)$ हैं।

$$AB = \sqrt{(7 - 4)^2 + (6 - 5)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(4 - 7)^2 + (3 - 6)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$CD = \sqrt{(1 - 4)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

$$DA = \sqrt{(4 - 1)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$AC = \sqrt{(4 - 4)^2 + (3 - 5)^2} = \sqrt{0 + 4} = 2$$

$$BD = \sqrt{(1 - 7)^2 + (2 - 6)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

यहाँ, $AB = CD$, $BC = AD$ और $AC \neq BD$ ।

∴ ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।

7. x -अक्ष पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो $(2, -5)$ और $(-2, 9)$ से समान दूरी पर हो।

हल: - मान लीजिए x -अक्ष पर कोई बिंदु $P(x, 0)$ है, जो $A(2, -5)$ और $B(-2, 9)$ से समदूरस्थ है।

$$\Rightarrow PA = PB$$

$$\Rightarrow (PA)^2 = (PB)^2$$

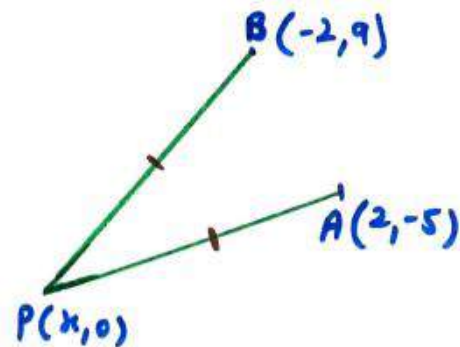
$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (0 + 5)^2 = (x + 2)^2 + (0 - 9)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + 25 = x^2 + 4x + 4 + 81$$

$$\Rightarrow -8x = 81 - 25$$

$$\Rightarrow -8x = 56$$

$$\Rightarrow x = -7$$



∴ x -अक्ष पर $P(-7, 0)$ वह बिंदु है जो $(2, -5)$ और $(-2, 9)$ से समान दूरी पर है। Ans.

8. y का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिंदुओं $P(2, -3)$ और $Q(10, y)$ के बीच की दूरी 10 इकाई है।

हल: - $P(2, -3)$ और $Q(10, y)$ के बीच की दूरी 10 इकाई है।

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow PA = 10 \\
 &\Rightarrow (PA)^2 = 100 \\
 &\Rightarrow (10 - 2)^2 + [y - (-3)]^2 = 100 \\
 &\Rightarrow 64 + y^2 + 9 + 6y = 100 \\
 &\Rightarrow y^2 + 6y - 27 = 0 \\
 &\Rightarrow y^2 + 9y - 3y - 27 = 0 \\
 &\Rightarrow y(y + 9) - 3(y + 9) = 0 \\
 &\Rightarrow (y + 9)(y - 3) = 0 \\
 &\Rightarrow (y + 9) = 0 \text{ या } (y - 3) = 0 \\
 &\Rightarrow y = -9 \text{ या } y = 3
 \end{aligned}$$

$\therefore y$ के मान हैं $y = -9, 3$ Ans.



9. यदि $Q(0, 1)$ बिंदुओं $P(5, -3)$ और $R(x, 6)$ से समदूरस्थ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
दूरियाँ QR और PR भी ज्ञात कीजिए।

हल: - $Q(0, 1)$ बिंदुओं $P(5, -3)$ और $R(x, 6)$ से समान दूरी पर है।

इसलिए, $PQ = QR$

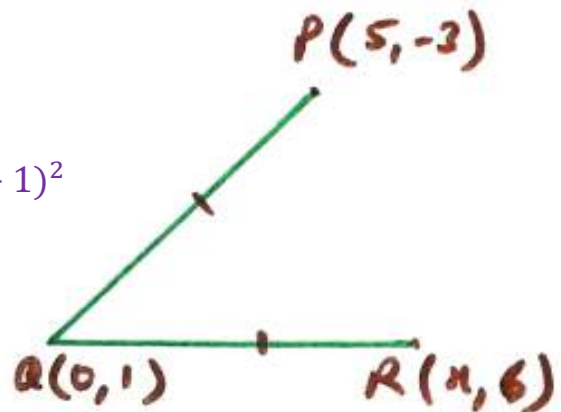
$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow (PQ)^2 = (QR)^2 \\
 &\Rightarrow (5 - 0)^2 + (-3 - 1)^2 = (x - 0)^2 + (6 - 1)^2 \\
 &\Rightarrow 25 + 16 = x^2 + 25 \\
 &\Rightarrow x^2 = 16 \\
 &\Rightarrow x = \pm 4
 \end{aligned}$$

$x = 4$ के लिए,

$$\begin{aligned}
 QR &= \sqrt{(4 - 0)^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41} \\
 PR &= \sqrt{(4 - 5)^2 + [6 - (-3)]^2} = \sqrt{1 + 81} = \sqrt{82}
 \end{aligned}$$

और $x = -4$ के लिए,

$$\begin{aligned}
 QR &= \sqrt{(-4 - 0)^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41} \\
 PR &= \sqrt{(-4 - 5)^2 + [6 - (-3)]^2} = \sqrt{81 + 81} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2} \text{ Ans.}
 \end{aligned}$$



10. x और y के बीच एक संबंध ज्ञात कीजिए कि बिंदु (x, y) बिंदु $(3, 6)$ और $(-3, 4)$ से समदूरस्थ है।

हल: - माना बिंदु $P(x, y)$, $A(3, 6)$ और $B(-3, 4)$ से समदूरस्थ है।

$$\Rightarrow PA = PB$$

$$\Rightarrow (PA)^2 = (PB)^2$$

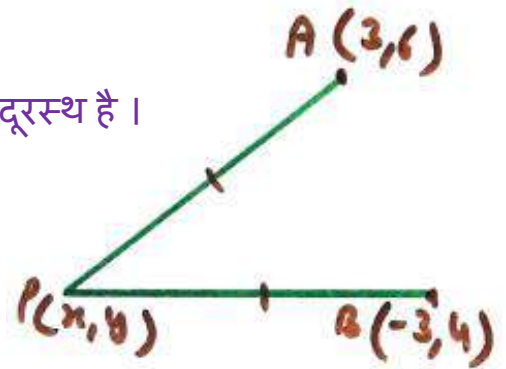
$$\Rightarrow (x - 3)^2 + (y - 6)^2 = (x + 3)^2 + (y - 4)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 = x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16$$

$$\Rightarrow -12x - 4y = -20$$

$$\Rightarrow 3x + y = 5$$

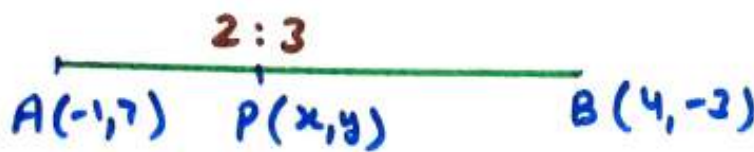
$\therefore x$ और y के बीच एक संबंध $3x + y = 5$ है। Ans.



प्रश्नावली 7.2

1. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं $(-1, 7)$ और $(4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

हल: - मान लीजिए बिंदु P , बिंदुओं $A(-1, 7)$ और $B(4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है।



$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} \quad \text{और} \\ &= \frac{2 \times 4 + 3 \times (-1)}{2 + 3} \\ &= \frac{8 - 3}{2 + 3} \\ &= \frac{5}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{2 \times (-3) + 3 \times 7}{2 + 3} \\ &= \frac{-6 + 21}{2 + 3} \\ &= \frac{15}{5} \end{aligned}$$

$\therefore$ आवश्यक बिंदु $(1, 3)$ है। Ans.

2. बिंदुओं $(4, -1)$ और $(-2, -3)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को सम-त्रिभाजित करने वाले बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: - माना P और Q बिंदुओं A $(4, -1)$ और B $(-2, -3)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को सम-त्रिभाजित करने वाले बिंदु हैं।



बिंदु P, A $(4, -1)$ और B $(-2, -3)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को 1:2 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} \quad \text{और} \quad y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \\
 &= \frac{1 \times (-2) + 2 \times 4}{1 + 2} \quad \Rightarrow \quad = \frac{1 \times (-3) + 2 \times (-1)}{1 + 2} \\
 &= \frac{-2 + 8}{3} \quad = \frac{-3 - 2}{3} \\
 &= \frac{6}{3} \quad = \frac{-5}{3}
 \end{aligned}$$

$\therefore$ अभीष्ट बिंदु P $(2, -\frac{5}{3})$ है Ans.

तथा बिंदु Q, A $(4, -1)$ और B $(-2, -3)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow x &= \frac{2 \times (-2) + 1 \times 4}{2 + 1} \quad \text{और} \quad y = \frac{2 \times (-3) + 1 \times (-1)}{2 + 1} \\
 &= \frac{-4 + 4}{3} \quad = \frac{-6 - 1}{3} \\
 &= \frac{0}{3} \quad = \frac{-7}{3}
 \end{aligned}$$

$\therefore$ अभीष्ट बिंदु Q $(0, -\frac{7}{3})$ है Ans.

3. आपके स्कूल में खेलकूद किर्याकलाप आयोजित करने के लिए, एक आयताकार मैदान ABCD में, चुने से परस्पर 1M की दूरी पर पंक्तियाँ बनाई गई हैं AD के अनुदिश परस्पर 1M की दूरी पर 100 गमले रखे गए हैं जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है निहारिका दूसरी पंक्ति में AD के $\frac{1}{4}$ भाग के बराबर दूरी दोड़ती है और वहां एक हरा झंडा गाड़ देती है प्रीत आठवीं पंक्ति में AD के $\frac{1}{5}$ भाग के बराबर दूरी दोड़ती है और वहां एक लाल झंडा गाड़ देती है दोनों झंडों के बीच की दूरी क्या है? यदि रश्मि को दोनों झंडों को मिलाने वाले रेखाखंड के ठीक बीच में एक नीला झंडा गाड़ना है, तो उसे अपना झंडा कहाँ गाड़ना चाहिए?

हल: - निहारिका द्वारा पोस्ट किए गए ध्वज के निर्देशांक

$$= P \left(2, \frac{1}{4} \times 100 \right) \\ = P(2, 25)$$

और प्रीत द्वारा पोस्ट किए गए ध्वज के निर्देशांक

$$= Q \left(8, \frac{1}{5} \times 100 \right) \\ = Q(8, 20)$$

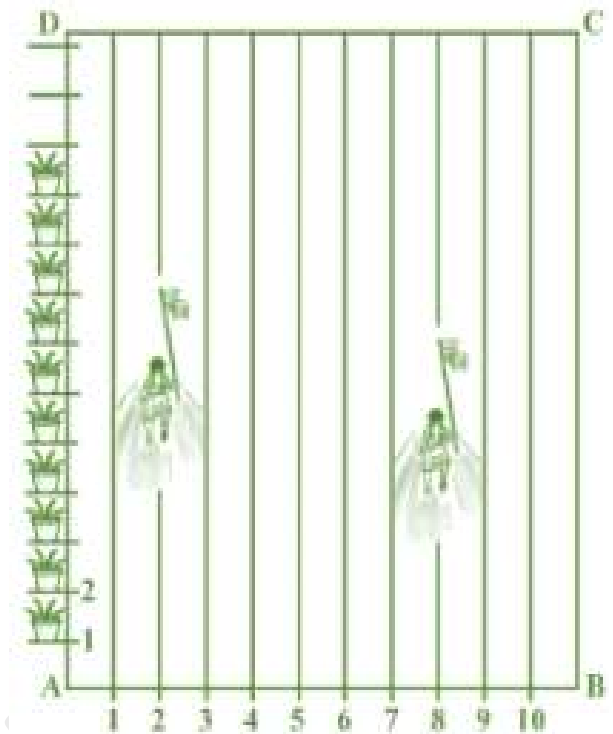
दोनों झंडों के बीच की दूरी

$$= PQ \\ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ = \sqrt{(8 - 2)^2 + (20 - 25)^2} \\ = \sqrt{36 + 25} \\ = \sqrt{61}$$

रश्मि द्वारा पोस्ट किए गए ध्वज के निर्देशांक

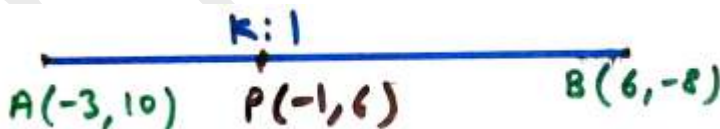
$$= PQ \text{ के मध्य बिंदुओं के निर्देशांक} \\ = R \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ = R \left(\frac{2+8}{2}, \frac{25+20}{2} \right) \\ = R \left(5, \frac{45}{2} \right) \\ = R(5, 22.5)$$

अतः रश्मि को अपना झंडा पाँचवीं पंक्ति में 22.5 m की दूरी पर लगाना चाहिए।



4. बिंदुओं $(-3, 10)$ और $(6, -8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को बिंदु $(-1, 6)$ किस अनुपात में विभाजित करता है।

हल: - मान लीजिए बिंदु $P(-1, 6)$, बिंदुओं $A(-3, 10)$ और $B(6, -8)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $k:1$ अनुपात में विभाजित करता है।



$$\Rightarrow x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} \\ \Rightarrow -1 = \frac{k \times 6 + 1 \times (-3)}{k+1} \\ \Rightarrow -1 = \frac{6k-3}{k+1} \\ \Rightarrow -k-1 = 6k-3 \\ \Rightarrow -k-6k = 1-3 \\ \Rightarrow -7k = -2 \\ \Rightarrow k = \frac{2}{7}$$



∴ बिंदु $P(-1, 6)$, बिंदुओं $A(-3, 10)$ और $B(6, -8)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को 2 : 7 अनुपात में विभाजित करता है। Ans.

5. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदुओं $A(1, -5)$ और $B(-4, 5)$ को मिलाने वाला रेखाखंड x -अक्ष से विभाजित होता है। इस विभाजन बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

हल: - माना बिंदुओं $A(1, -5)$ और $B(-4, 5)$ को मिलाने वाला रेखाखंड x -अक्ष पर बिंदु $P(x, 0)$ से $k : 1$ अनुपात में विभाजित होता है।

$$\Rightarrow y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{k \times 5 + 1 \times (-5)}{k + 1}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{5k - 5}{k + 1}$$

$$\Rightarrow 0 = 5k - 5$$

$$\Rightarrow 5k = 5$$

$$\Rightarrow k = 1$$

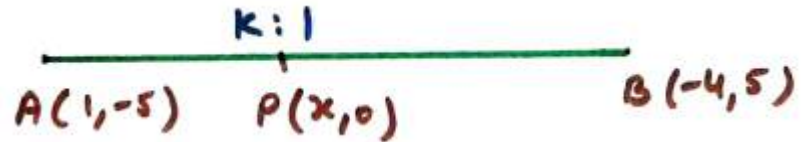
$$\text{और } x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{k \times (-4) + 1 \times 1}{k + 1}$$

$$= \frac{-4 + 1}{1 + 1}$$

$$= \frac{-3}{2}$$

∴ बिंदुओं $A(1, -5)$ और $B(-4, 5)$ को मिलाने वाला रेखाखंड x -अक्ष पर बिंदु $P\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$ से 1:1 अनुपात में विभाजित होता है। Ans.



6. यदि बिंदु $(1, 2)$, $(4, y)$, $(x, 6)$ और $(3, 5)$ इसी क्रम में लेने पर, एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हो तो x और y ज्ञात कीजिए।

हल: - यहाँ बिंदु $A(1, 2)$, $B(4, y)$, $C(x, 6)$ तथा

$D(3, 5)$ समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हैं।

हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज के

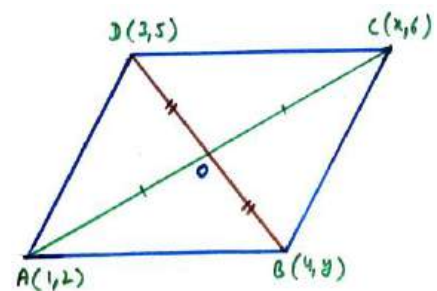
विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

$\Rightarrow AC$ के मध्य बिंदुओं के निर्देशांक = BD के मध्य बिंदुओं के निर्देशांक

$$\Rightarrow \left(\frac{1+x}{2}, \frac{2+6}{2}\right) = \left(\frac{3+4}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1+x}{2}, \frac{8}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$

तुलना करने पर



$$\frac{1+x}{2} = \frac{7}{2} \text{ और } \frac{8}{2} = \frac{5+y}{2}$$

$$\Rightarrow 1+x = 7 \text{ और } 8 = 5+y$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ और } y = 3$$

$\therefore x$ और y का मान क्रमशः 6 और 3 है। Ans.

7. बिंदु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ AB एक वृत्त का व्यास है जिसका केंद्र $(2, -3)$ है तथा B के निर्देशांक $(1, 4)$ हैं।

हल: - यहाँ, AB वृत्त का व्यास है

वृत्त का केंद्र $O(2, -3)$ है और B के निर्देशांक $(1, 4)$ हैं।

माना A के निर्देशांक (x, y) हैं।

$\Rightarrow$ AB के मध्य बिंदु के निर्देशांक = बिंदु O के निर्देशांक

$$\Rightarrow \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2} \right) = (2, -3)$$

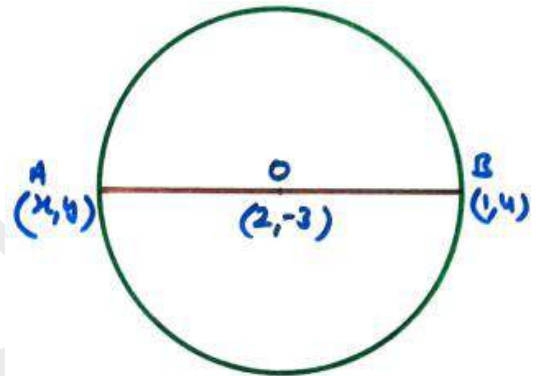
तुलना करने पर,

$$\frac{x+1}{2} = 2 \text{ और } \frac{y+4}{2} = -3$$

$$\Rightarrow x+1 = 4 \text{ और } y+4 = -6$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ और } y = -10$$

$\therefore$ A का निर्देशांक $(3, -10)$ है। Ans.



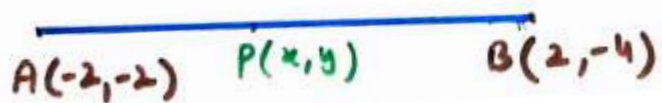
8. यदि A और B क्रमशः $(-2, -2)$ तथा $(2, -4)$ हो तो बिंदु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि $AP = \frac{3}{7}AB$ हो और P रेखाखंड AB पर स्थित हो।

हल: - यहाँ $AP = \frac{3}{7}AB$

$$\Rightarrow BP = \frac{4}{7}AB$$

$$\Rightarrow AP:PB = 3:4$$

$\Rightarrow$ बिंदु P बिंदुओं $A(-2, -2)$ तथा $B(2, -4)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 3:4 के अनुपात में विभाजित करता है।



$$\Rightarrow x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} \quad \text{और} \quad y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{3 \times 2 + 4 \times (-2)}{3+4}$$

$$= \frac{6-8}{7}$$

$$= \frac{-2}{7}$$

$$= \frac{-2}{7}$$

$$= \frac{3 \times (-4) + 4 \times (-2)}{3+4}$$

$$= \frac{-12-8}{7}$$

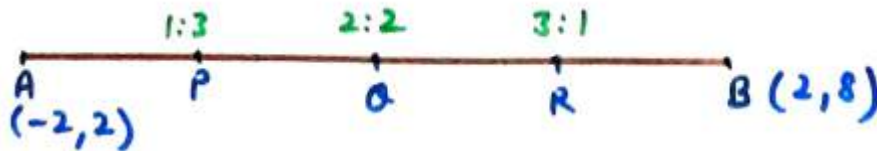
$$= \frac{-20}{7}$$

$$= \frac{-20}{7}$$

$\therefore$ अभीष्ट बिंदु $P\left(-\frac{2}{7}, -\frac{20}{7}\right)$ है। Ans.

9. बिंदुओं $A(-2, 2)$ और $B(2, 8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

हल: - माना बिंदु P, Q और R, बिंदुओं $A(-2, 2)$ और $B(2, 8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करते हैं।



यहाँ पर बिंदु P रेखाखंड AB को 1:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} \quad \text{और} \quad y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{1 \times 2 + 3 \times (-2)}{1 + 3} \quad \left| \quad = \frac{1 \times 8 + 3 \times 2}{1 + 3} \right. \\ &= \frac{2 - 6}{4} \quad \left| \quad = \frac{8 + 6}{4} \right. \\ &= \frac{-4}{4} \quad \left| \quad = \frac{14}{4} \right. \end{aligned}$$

$\therefore$ बिंदु P का निर्देशांक $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$ है।

यहाँ पर बिंदु Q रेखाखंड AB को 2:2 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\begin{aligned} \text{बिंदु Q के निर्देशांक हैं} &= \left(\frac{2 \times 2 + 2 \times (-2)}{2 + 2}, \frac{2 \times 8 + 2 \times 2}{2 + 2} \right) \\ &= \left(\frac{4 - 4}{4}, \frac{16 + 4}{4} \right) \\ &= \left(\frac{0}{4}, \frac{20}{4} \right) \\ &= (0, 5) \end{aligned}$$

और बिंदु R रेखाखंड AB को 3:1 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\begin{aligned} \therefore \text{बिंदु R के निर्देशांक हैं} &= \left(\frac{3 \times 2 + 1 \times (-2)}{3 + 1}, \frac{3 \times 8 + 1 \times 2}{3 + 1} \right) \\ &= \left(\frac{6 - 2}{4}, \frac{24 + 2}{4} \right) \\ &= \left(\frac{4}{4}, \frac{26}{4} \right) \\ &= \left(1, \frac{13}{2} \right) \end{aligned}$$

$\therefore$ बिंदु $P\left(-1, \frac{7}{2}\right)$, $Q(0, 5)$ और $R\left(1, \frac{13}{2}\right)$ रेखाखंड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करते हैं। Ans.

10. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में $(3, 0)$, $(4, 5)$, $(-1, 4)$ और $(-2, -1)$ हैं।

हल: - समचतुर्भुज $ABCD$ के शीर्ष $A(3, 0)$, $B(4, 5)$, $C(-1, 4)$ और $D(-2, -1)$ हैं।

$$\begin{aligned}\text{विकर्ण } AC &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-1 - 3)^2 + (4 - 0)^2} \\ &= \sqrt{16 + 16} \\ &= \sqrt{32} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{विकर्ण } BD &= \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-1 - 5)^2} \\ &= \sqrt{36 + 36} \\ &= \sqrt{72} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}(\text{दो विकर्णों का गुणनफल})$

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \times AC \times BD \\ &= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \\ &= 24\end{aligned}$$

$\therefore$ समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= 24$ वर्ग यूनिट Ans.

